

# 基于犹豫模糊集的不等长序列识别方法及应用

李双明<sup>1,2</sup>, 关欣<sup>1</sup>, 孙贵东<sup>3</sup>

(1. 海军航空大学, 山东 烟台 264001; 2. 92941 部队, 辽宁 葫芦岛 125001; 3. 32801 部队, 北京 100082)

**摘 要:** 针对不等长序列难以识别的问题, 提出了一种基于犹豫模糊距离测度的识别方法。首先, 从模糊数的角度对问题加以描述, 用格贴近度建立了不等长序列的犹豫模糊信息识别模型。其次, 定义了犹豫模糊数的均值、方差、相对范围、犹豫度 4 个特征, 结合较短部分的隶属度差值, 定义了犹豫模糊广义集成特征距离测度和广义加权集成特征距离测度, 其满足度量空间的相关性质, 并给出了严格的数学证明过程。最后, 提出了用于确定权重信息的熵测度法和支撑度法, 给出了基于犹豫距离测度的 VIKOR 识别方法。从数值算例、能源策略选择和目标识别 3 个方面进行了仿真验证, 结果验证了所提方法的有效性和可行性。

**关键词:** 犹豫模糊集; 距离测度; 不等长序列识别

中图分类号: TP391

文献标识码: A

DOI: 10.11959/j.issn.1000-436x.2021118

## Recognition method based on hesitant fuzzy set for unequal length sequences and its application

LI Shuangming<sup>1,2</sup>, GUAN Xin<sup>1</sup>, SUN Guidong<sup>3</sup>

1. Naval Aviation University, Yantai 264001, China

2. Unit 92941 of PLA, Huludao 125001, China

3. Unit 32801 of PLA, Beijing 100082, China

**Abstract:** Aiming at the problem that unequal length sequences were difficult to recognize, a recognition method based on hesitant fuzzy distance measure was proposed. Firstly, the problem was described from the perspective of fuzzy value, and the hesitant fuzzy information recognition model of unequal length sequence was established by lattice closeness degree. Secondly, the mean value, variance, relative range and hesitancy degree of hesitant fuzzy values were defined. Combined with membership difference of the shorter part, the generalized integrated feature distance measure and the generalized weighted integrated feature distance measure were defined to meet relevant properties of metric space, and the strict mathematical proof process was given. Finally, entropy measure and support measure were proposed to determine the weight, and the VIKOR recognition method based on hesitant distance measure was given. The simulation results verify the effectiveness and feasibility of proposed method from numerical examples, energy strategy selection and target recognition respectively.

**Keywords:** hesitant fuzzy set, distance measure, recognition for unequal length sequences

### 1 引言

犹豫模糊集作为一种新兴的模糊集理论<sup>[1-2]</sup>, 能

够对认知信息进行充分表述, 十多年来吸引了广大学者的极大关注, 得到了快速的发展, 出现了对偶犹豫模糊集<sup>[3]</sup>、概率犹豫模糊集<sup>[4]</sup>和犹豫模糊语言

收稿日期: 2020-12-26; 修回日期: 2021-03-22

基金项目: 国防科技卓越青年科学基金资助项目 (No.2017-JCJQ-ZQ-003); 国家自然科学基金青年科学基金资助项目 (No.62001503); 泰山学者工程专项经费资助项目 (No.ts 201712072)

**Foundation Items:** The Excellent Youth Scholar of the National Defense Science and Technology Foundation of China (No.2017-JCJQ-ZQ-003), The Youth Foundation of National Natural Science Foundation of China (No.62001503), The Special Fund for Taishan Scholar Project (No.ts 201712072)

集<sup>[5]</sup>，并被应用到多属性决策、聚类分析、模式识别等诸多领域。距离和相似性测度是犹豫模糊集理论中极其重要的研究内容，二者是可以相互转化的<sup>[6]</sup>，本文仅研究犹豫模糊集的距离测度。

Xu 等<sup>[7]</sup>研究了犹豫模糊集的距离测度和相似度概念，通过对长度不同的犹豫模糊数重排序和增加最大（最小）隶属度的方式补齐。Peng 等<sup>[8]</sup>提出了广义综合加权距离测度，假设犹豫模糊数的长度相等。犹豫模糊数的长度也是区分其不同的一个指标，文献[9-11]定义了一系列包含犹豫度的距离测度。Zhang 等<sup>[12]</sup>提出了犹豫模糊距离集的概念，通过对犹豫模糊距离集的比较实现决策，与基于向量计算的距离测度不同，该方法是基于集合的概念进行计算。Tang 等<sup>[13]</sup>提出一种新的犹豫模糊距离测度，该方法不需要对不同长度的犹豫模糊数补齐，但是对条件自反性提出可更苛刻的要求，只有当 2 个犹豫模糊数的隶属度为单个且相等时，犹豫模糊距离才等于零。Hu 等<sup>[14]</sup>定义了上边界足迹、下边界足迹以及区间边界足迹，通过上下边界足迹的差别定义了一种新的相似度，但本质和文献[7]中的相似度是一样的。Singha 等<sup>[15]</sup>在现有距离测度的基础上，通过隶属度差与和的相对值，定义了一种改进的犹豫模糊距离测度。Farhadinia 等<sup>[16]</sup>研究了一类基于 Hausdorff 距离的犹豫模糊距离，它不需要对犹豫模糊数的长度补齐，也不需要犹豫模糊数重排序。Rezaei 等<sup>[17]</sup>定义了包含犹豫度和犹豫模糊范围的犹豫模糊距离测度。

对已有文献研究发现，大部分的犹豫模糊距离测度需要满足 2 个假设条件：一是犹豫模糊数中的隶属度按降序或升序排列；二是用悲观法或乐观法将 2 个不同长度的犹豫模糊数补齐，使其长度一致。这样会引入额外的误差信息，使判别结果违背实际情况。从度量空间的数学角度，现有的距离测度不能完全满足度量空间的基本性质，所以其定义的距离测度只是在特定假设条件下的测度函数，不能严格地称其为度量测度。Hausdorff 距离测度尽管释放了对隶属度长度和排序的要求，但只用到了犹豫模糊数中的部分信息。此外，尽管犹豫模糊集理论已经应用到模式识别等相关领域，但都是在犹豫模糊信息环境下开展讨论的，而对于非犹豫模糊信息的场景该如何应用，则缺乏相关研究。

序列类型数据是多传感器测量中的一种重要数据类型，不同传感器、不同特征参数上的测量值大小范围及物理量纲一般是不同的。大多数研究文献都聚焦在序列数据的关联问题上<sup>[18-19]</sup>，尤其是不等长序列的关联问题，其任务就是确定一种度量函数，实现对 2 个序列的比较<sup>[20]</sup>，而对于不等长序列的识别问题研究较少，尤其是用不等长数据序列求解复杂系统问题的研究更少。例如，在雷达、通信等方面<sup>[21-22]</sup>，正确的目标识别为态势感知和控制人员的决策提供重要支撑。因电子技术的快速发展，多种新体制信号频频出现，如射频频率有固定、捷变、组变、跳变等类型，脉冲重复周期有固定、参差、组变、抖动、滑变等类型，脉宽有固定、多脉宽组合、抖动等类型，传统的识别方法已不能满足需求。尽管信号的调制样式多变，但可以将其视为一种时间（周期）性的不等长序列数据，将新体制信号的识别问题归结为不等长序列数据的识别问题，又因为空间电磁环境的复杂和强干扰性，侦察的数据往往是不确定的、带有较大误差的，而犹豫模糊集理论为该问题的建模、求解提供了一个新的思路。为此，本文将犹豫模糊集理论应用到上述问题中，提出了基于犹豫模糊特征距离测度的不等长序列识别方法。

## 2 理论基础

### 2.1 犹豫模糊集

Torra 给出了犹豫模糊集的语言描述定义<sup>[1]</sup>。

**定义 1**  $X$  表示参考集（论域），犹豫模糊集为  $X$  上的一个函数，该函数返回  $[0,1]$  上的一个子集。

Xia 等<sup>[23]</sup>根据 Torra 的观点，给出了犹豫模糊集的数学描述。

记有限对象集  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ， $A$  为  $X$  上的犹豫模糊集。

$$A = \left\{ \langle x, h_A(x) \rangle \mid x \in X \right\} \quad (1)$$

其中， $h_A(x)$  由  $[0,1]$  上的有限个数值构成，表示对象  $x$  隶属于  $A$  的多个可能取值，称为犹豫模糊数。

### 2.2 犹豫模糊距离

文献[7]中定义的广义犹豫模糊距离为

$$d(A, B) = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{l_i} \sum_{t=1}^{l_i} \left| h_A^{\delta(t)}(x_i) - h_B^{\delta(t)}(x_i) \right|^{\lambda} \right)^{\frac{1}{\lambda}} \right]^{\frac{1}{\lambda}} \quad (2)$$

文献[13]给出了广义犹豫模糊距离为

$$d(A, B) = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{l_{A_i} l_{B_i}} \sum_{j=1}^{l_{A_i}} \sum_{k=1}^{l_{B_i}} |h_A^j(x_i) - h_B^k(x_i)|^2 \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

式(3)满足有界性、条件自反性、对称性和三角不等式。尽管该方法不用对 2 个不同长度的犹豫模糊数补齐。但是按照条件自反性，如果  $h_A(x_i) = h_B(x_i)$ ， $l_{A_i} = l_{B_i} \neq 1$ ，则  $d(h_A(x_i), h_B(x_i)) \neq 0$ ，在识别问题上，出现这样的结果是违反直觉的。

### 3 问题来源及识别模型

以新体制雷达辐射源信号识别为例进行描述。新体制雷达的特征参数往往具有周期性变化特点，如射频频率有固定、捷变、组变、跳变等多种类型，某个工作模式上的特征参数不再为单一固定数值，即不能用单一固定数值完成对该工作模式的描述，而需要一组周期性变化的数值来完成对该工作模式的描述，并且不同工作模式上的数值个数可能不等。这样一组数据被称为（周期性）序列数据，而待识别目标的特征参数同样是序列数据，在识别中会产生如下问题。

#### 1) 等长序列的匹配问题

已知数据库中目标  $A$  在特征属性  $P$  上的序列测量值为  $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ ，因通信时延等因素，待识别目标在特征属性  $P$  上的序列测量值为  $\{x'_1, x'_2, x'_3, x'_4\}$ ，但不能确定该序列的起始点该对应数据库中的那个点，如对  $x'_1$  点来讲，不知道应该匹配  $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$  中的哪个测量点。

#### 2) 不等长序列的匹配问题

已知数据库中目标  $A$  在特征属性  $P$  上的序列测量值为  $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ ，因环境噪声干扰等因素，待识别目标在特征属性  $P$  上的序列测量值为  $\{x'_1, x'_2, x'_3\}$ ，显然 2 个序列的长度不相等，正是因为序列的不对等，所以无法确定短序列的起始点应该对应长序列的哪个点。

在实际测量过程中，无论数据库中的是已知目标数据，还是未知目标数据，因各种因素的影响，其结果都带有一定的不确定性，为此，本文假设序列数据中的每个点都是模糊数，序列数据为模糊序列数据。

#### 3.1 问题描述

本节用数学语言对序列识别问题进行描述。假设数据库中共有  $n$  类目标，每类目标有  $p$  个特征参数，记  $n$  类目标构成的有限集为  $U = \{U_1, U_2, \dots, U_n\}$ ， $p$

个特征参数构成的有限集为  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_p\}$ ，设第  $i$  个目标有  $n_i$  个工作模式（状态），在第  $j$  种特征参数上的工作状态取值为序列  $\theta_{ij}^m = \{\theta_{ij,1}^m, \theta_{ij,2}^m, \dots, \theta_{ij,t_{ij}}^m\}$ ，其中  $m = \{1, 2, \dots, n_i\}$ ， $t_{ij}$  为  $|\theta_{ij}^m|$  的势，表示序列  $\theta_{ij}^m$  的长度，称以  $\theta_{ij,k}^m$  ( $k = 1, 2, \dots, s_{ij}$ ) 为主值的模糊数为  $\underline{\theta}_{ij,k}^m$ ，称  $t_{ij}$  个模糊数  $\underline{\theta}_{ij,k}^m$  构成的数据集为有序模糊数集，记为  $\underline{\theta}_{ij}^m = \{\underline{\theta}_{ij,1}^m, \underline{\theta}_{ij,2}^m, \dots, \underline{\theta}_{ij,s_{ij}}^m\}$ 。待识别目标在第  $j$  种特征参数上的测量值为  $x_j = \{x_{j,1}, x_{j,2}, \dots, x_{j,t_j}\}$ ，其中  $t_j$  为  $|x_j|$  的势，表示序列  $x_j$  的长度，称以  $x_{j,l}$  ( $l = 1, 2, \dots, t_j$ ) 为主值的模糊数为  $\underline{x}_{j,l}$ ，称  $t_j$  个模糊数  $\underline{x}_{j,l}$  构成的数据集为有序模糊数集，记为  $\underline{x}_j = \{\underline{x}_{j,1}, \underline{x}_{j,2}, \dots, \underline{x}_{j,t_j}\}$ 。所谓不确定性的识别问题，就是将由模糊数  $\underline{x}_j$  构成的模糊数向量归入数据库中与它相似度最大的、由已知模糊数向量所属的目标类别中。

#### 3.2 识别模型

##### 1) 模糊数的格贴近度

实际系统测量数据一般呈正态分布，所以选取模糊数  $\underline{\theta}_{ij,k}^m$ 、 $\underline{x}_{j,l}$  的隶属度函数为正态隶属度函数。

$$\underline{\theta}_{ij,k}^m(u) = \exp\left(-\frac{(u - \theta_{ij,k}^m)^2}{2\sigma_{ij,k}^2}\right) \quad (4)$$

$$\underline{x}_{j,l}(u) = \exp\left(-\frac{(u - x_{j,l})^2}{2\sigma_{j,l}^2}\right) \quad (5)$$

根据模糊集内积与外积的性质，当模糊集  $\underline{\theta}_{ij,k}^m$  靠近模糊集  $\underline{x}_{j,l}$  时，会使内积  $\underline{\theta}_{ij,k}^m \odot \underline{x}_{j,l}$  增大而外积  $\underline{\theta}_{ij,k}^m \otimes \underline{x}_{j,l}$  减小，即当内积较大而外积较小时，2 个模糊集比较贴近，本文采用内积与外积相结合的格贴近度来刻画 2 个模糊数的贴近程度，记  $s_{ij,kl}^m$  为格贴近度。

$$s_{ij,kl}^m = (\underline{\theta}_{ij,k}^m \odot \underline{x}_{j,l}) \wedge (\underline{\theta}_{ij,k}^m \otimes \underline{x}_{j,l})^c = (\underline{\theta}_{ij,k}^m \odot \underline{x}_{j,l}) \wedge ((1 - \underline{\theta}_{ij,k}^m) \odot (1 - \underline{x}_{j,l})) \quad (6)$$

其中，

$$\underline{\theta}_{ij,k}^m \odot \underline{x}_{j,l} = \bigvee_u (\underline{\theta}_{ij,k}^m(u) \wedge \underline{x}_{j,l}(u)) \quad (7)$$

若  $\underline{\theta}_{ij,k}^m(u) \leq \underline{x}_{j,l}(u)$ ，则

$$\mathcal{Q}_{ij,k}^m \odot X_{j,l} = \bigvee_u (\mathcal{Q}_{ij,k}^m(u) \wedge X_{j,l}(u)) = \bigvee_u \mathcal{Q}_{ij,k}^m(u) = X_{j,l}(u^*) \quad (8)$$

若  $X_{j,l}(u) \leq \mathcal{Q}_{ij,k}^m(u)$ , 则

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_{ij,k}^m \odot X_{j,l} &= \bigvee_u (\mathcal{Q}_{ij,k}^m(u) \wedge X_{j,l}(u)) = \\ \bigvee_u X_{j,l}(u) &= \mathcal{Q}_{ij,k}^m(u^*) \end{aligned} \quad (9)$$

由式(8)和式(9)可知, 内积是  $\mathcal{Q}_{ij,k}^m(u)$  和  $X_{j,l}(u)$  相等时的点, 令  $\mathcal{Q}_{ij,k}^m(u) = X_{j,l}(u)$ , 可得

$$u_1 = \frac{\sigma_{ij,k}x_{j,l} + \sigma_{j,l}\theta_{ij,k}^m}{\sigma_{j,l} + \sigma_{ij,k}}, u_2 = \frac{\sigma_{j,l}\theta_{ij,k}^m - \sigma_{ij,k}x_{j,l}}{\sigma_{ij,k} - \sigma_{j,l}} \quad (10)$$

$u_2$  不是最大值的点, 将其舍去, 将  $u_1$  代入式(8)或式(9)可得

$$s_{ij,kl}^m = \exp \left[ -\frac{(x_{j,l} - \theta_{ij,k}^m)^2}{2(\sigma_{j,l} + \sigma_{ij,k})^2} \right] \quad (11)$$

可见,  $s_{ij,kl}^m$  满足  $0 \leq s_{ij,kl}^m \leq 1$ , 展度  $\sigma_{j,l}$  和  $\sigma_{ij,k}$  可根据实际情况设定。

2) 模糊数集的相近程度表征

2 个序列存在有序性及不等性, 下面介绍如何确定 2 个有序模糊数集之间的相近程度。

当  $\mathcal{Q}_{ij}^m$  和  $X_j$  只有一个元素时, 很显然, 可以用格贴近度来表征  $\mathcal{Q}_{ij}^m$  和  $X_j$  之间的相近程度, 当  $\mathcal{Q}_{ij}^m$  和  $X_j$  有多个元素时, 本文用犹豫模糊数来表征二者之间的相近程度。首先, 计算  $\mathcal{Q}_{ij}^m$  和  $X_j$  中任意 2 个模糊数  $\mathcal{Q}_{ij,k}^m$  和  $X_{j,l}$  之间的格贴近度  $s_{ij,kl}^m$ , 记

$$s_{ij}^m = \{s_{ij,kl}^m | k=1,2,\dots,t_{ij}, l=1,2,\dots,t_j\} \quad (12)$$

其中,  $|s_{ij}^m| = t_{ij}t_j$ , 即有  $t_{ij}t_j$  个元素, 遍历所有已知目标的特征参数后, 得到以犹豫模糊数表示的决策信息, 如表 1 所示。

通过上述的匹配方式, 可不必考虑因时间周期性带来的排序问题。

4 广义集成特征距离测度

定义 2 设  $A$  和  $B$  为 2 个在  $X$  上的犹豫模糊集, 记  $A$  和  $B$  的距离测度为  $d(A,B)$ , 满足以下性质。

性质 1 有界性:  $0 \leq d(A,B) \leq 1$ 。

性质 2 对称性:  $d(A,B) = d(B,A)$ 。

性质 3 条件自反性:  $d(A,B) = 0$ , 当且仅当

$A = B$ 。

性质 4 三角不等式:  $d(A,C) \leq d(A,B) + d(B,C)$ 。

表 1 犹豫模糊数表示的决策信息

类别	工作模式	特征 1	特征 2	...	特征 $p$
1	$m_{1,1}$	$S_{11}^{m_{1,1}}$	$S_{12}^{m_{1,1}}$	...	$S_{1p}^{m_{1,1}}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	$m_{1,n_1}$	$S_{11}^{m_{1,n_1}}$	$S_{12}^{m_{1,n_1}}$	...	$S_{1p}^{m_{1,n_1}}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
2	$m_{2,1}$	$S_{21}^{m_{2,1}}$	$S_{22}^{m_{2,1}}$	...	$S_{2p}^{m_{2,1}}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	$m_{2,n_2}$	$S_{21}^{m_{2,n_2}}$	$S_{22}^{m_{2,n_2}}$	...	$S_{2p}^{m_{2,n_2}}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$n$	$m_{n,1}$	$S_{n1}^{m_{n,1}}$	$S_{n2}^{m_{n,1}}$	...	$S_{np}^{m_{n,1}}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	$m_{n,n_n}$	$S_{n1}^{m_{n,n_n}}$	$S_{n2}^{m_{n,n_n}}$	...	$S_{np}^{m_{n,n_n}}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$

定义 3<sup>[23]</sup> 对于在给定论域  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  上的犹豫模糊数  $h(x_i)$ , 称  $s(h(x_i))$  为犹豫模糊数  $h$  的均值。

$$s(h(x_i)) = \frac{1}{l_{h(x_i)}} \sum_{\gamma \in h(x_i)} \gamma \quad (13)$$

定义 4<sup>[24]</sup> 对于在给定论域  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  上的犹豫模糊数  $h(x_i)$ , 称  $v(h(x_i))$  为  $h(x_i)$  的方差。

$$v(h(x_i)) = \left( \frac{1}{l_{h(x_i)}} \sum_{\gamma \in h(x_i)} (\gamma - s(h(x_i)))^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

定义 5 对于在给定论域  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  上的犹豫模糊数  $h(x_i)$ , 称  $r(h(x_i))$  为犹豫模糊数  $h(x_i)$  的相对范围。

$$r(h(x_i)) = \frac{\max(h(x_i)) - \min(h(x_i))}{\max(h(x_i)) + \min(h(x_i))} \quad (15)$$

定义 6<sup>[11]</sup> 对于在给定论域  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  上的犹豫模糊数  $h(x_i)$ , 称  $u(h(x_i))$  为犹豫模糊数  $h(x_i)$  的犹豫度。

$$u(h(x_i)) = 1 - \frac{1}{l_{h(x_i)}} \quad (16)$$

通过定义 3~定义 6, 可以用一个新的特征向量

$$h'(x_i) = [s(h(x_i)), v(h(x_i)), r(h(x_i)), u(h(x_i))] \quad (17)$$

来实现对犹豫模糊数  $h(x_i)$  在特征空间上的表示(用特征向量  $h'(x_i)$  替代犹豫模糊数  $h(x_i)$ ), 这样就将数据空

间中的距离测度计算问题转化到特征空间中处理，解决了犹豫模糊数隶属度长度不等带来的困难。

从另外一种角度来看，上述过程也可以解释为通过特征转换把  $h(x_i)$  变换成  $h'(x_i)$ ， $h'(x_i)$  可认为是规范化的广义犹豫模糊数，每个隶属度的位置是固定有序的，长度也是固定的，不用再考虑隶属度的排序问题和长度补齐问题。在不引起歧义及充分理解各符号意思的前提下，式(17)可简写为

$$h'_{x_i} = \{s_{x_i}, v_{x_i}, r_{x_i}, u_{x_i}\} \quad (18)$$

基于广义犹豫模糊数（特征向量） $h'_x$  定义一种新的犹豫模糊距离测度，本文称为犹豫模糊广义集成特征距离，如定义 7 所示。

**定义 7** 设在给定论域  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  上的 2 个犹豫模糊集为  $A = \{\langle x_i, h_A(x_i) \rangle | x_i \in X\}$ ， $B = \{\langle x_i, h_B(x_i) \rangle | x_i \in X\}$ ，对  $h_A(x_i)$  和  $h_B(x_i)$  中的隶属度按降序排列， $h_A^{\delta(j)}(x_i)$ ， $h_B^{\delta(j)}(x_i)$  为第  $j$  大的值，特征向量  $h'_{Ax_i} = \{s_{Ax_i}, v_{Ax_i}, r_{Ax_i}, u_{Ax_i}\}$ ， $h'_{Bx_i} = \{s_{Bx_i}, v_{Bx_i}, r_{Bx_i}, u_{Bx_i}\}$ ，则犹豫模糊集  $A$  和  $B$  之间的犹豫模糊广义集成特征距离为

$$d_g(A, B) = \left[ \frac{1}{5n} \sum_{i=1}^n \left( |s_{Ax_i} - s_{Bx_i}|^\lambda + |v_{Ax_i} - v_{Bx_i}|^\lambda + |r_{Ax_i} - r_{Bx_i}|^\lambda + |u_{Ax_i} - u_{Bx_i}|^\lambda + \frac{1}{l_{x_i}} \sum_{j=1}^{l_{x_i}} |h_A^{\delta(j)}(x_i) - h_B^{\delta(j)}(x_i)|^\lambda \right) \right]^{\frac{1}{\lambda}} \quad (19)$$

其中， $l_{x_i} = \min(l(h_A(x_i)), l(h_B(x_i)))$ ， $\lambda \geq 1$ 。

式(19)中没有对 2 个长度不等的犹豫模糊数补齐，括号内第 5 项只对排序后 2 个犹豫模糊数较短的部分进行比较，舍去了较长犹豫模糊数剩余的隶属度，这样做有 2 个目的：一是不引入多余的信息，二是使新的距离测度满足定义 2 中的性质 3。

考虑对象  $x_i$  的权重  $w_i$ ， $w_i \leq 1$  且  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ ，则式(19)变为犹豫模糊加权广义集成特征距离，即

$$d(A, C) = \left[ \frac{1}{5n} \sum_{i=1}^n \left( |s_{Ax_i} - s_{Cx_i} + s_{Cx_i} - s_{Bx_i}|^\lambda + |v_{Ax_i} - v_{Cx_i} + v_{Cx_i} - v_{Bx_i}|^\lambda + |r_{Ax_i} - r_{Cx_i} + r_{Cx_i} - r_{Bx_i}|^\lambda + |u_{Ax_i} - u_{Cx_i} + u_{Cx_i} - u_{Bx_i}|^\lambda + \frac{1}{l_{x_i}} \sum_{j=1}^{l_{x_i}} |h_A^{\delta(j)}(x_i) - h_C^{\delta(j)}(x_i) + h_C^{\delta(j)}(x_i) - h_B^{\delta(j)}(x_i)|^\lambda \right) \right]^{\frac{1}{\lambda}} \leq$$

$$d_{gw}(A, B) = \left[ \frac{1}{5} \sum_{i=1}^n w_i \left( |s_{Ax_i} - s_{Bx_i}|^\lambda + |v_{Ax_i} - v_{Bx_i}|^\lambda + |r_{Ax_i} - r_{Bx_i}|^\lambda + |u_{Ax_i} - u_{Bx_i}|^\lambda + \frac{1}{l_{x_i}} \sum_{j=1}^{l_{x_i}} |h_A^{\delta(j)}(x_i) - h_B^{\delta(j)}(x_i)|^\lambda \right) \right]^{\frac{1}{\lambda}} \quad (20)$$

**定理 1** 设在给定论域  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  上的 2 个犹豫模糊数为  $A$  和  $B$ ，式(19)和式(20)定义的距离测度满足定义 2 中的 4 条性质。

**证明** 式(19)和式(20)形式上是一样的，只对式(19)进行证明。

1) 性质 1 和性质 2 显然成立。

2) 当  $A = B$  时，易得  $d(A, B) = 0$ 。由  $d(A, B) = 0$  可得

$$|s_{Ax_i} - s_{Bx_i}|^\lambda = 0 \quad (21a)$$

$$|v_{Ax_i} - v_{Bx_i}|^\lambda = 0 \quad (21b)$$

$$|r_{Ax_i} - r_{Bx_i}|^\lambda = 0 \quad (21c)$$

$$|u_{Ax_i} - u_{Bx_i}|^\lambda = 0 \quad (21d)$$

$$|f_{Ax_i} - f_{Bx_i}|^\lambda = 0 \quad (21e)$$

$$|h_A^{\delta(j)}(x_i) - h_B^{\delta(j)}(x_i)|^\lambda = 0 \quad (21f)$$

由式(21d)可得，对  $\forall x_i \in X$ ，式(22)成立。

$$l(h_A(x_i)) = l(h_B(x_i)) \quad (22)$$

由(21f)可得，对  $\forall x_i \in X$ ，式(23)成立。

$$h_A^{\delta(j)}(x_i) = h_B^{\delta(j)}(x_i) \quad (23)$$

由式(22)和式(23)可得， $d(A, B) = 0$  成立。

所以性质 3 成立。

3) 对于犹豫模糊集  $C$ ，设  $l_{x_i} = \min(l(h_A(x_i)), l(h_B(x_i)), l(h_C(x_i)))$ ，则根据 Minkowski

$$\text{不等式} \left( \sum_{k=1}^n |a_k + b_k|^\lambda \right)^{\frac{1}{\lambda}} \leq \left( \sum_{k=1}^n |a_k|^\lambda \right)^{\frac{1}{\lambda}} + \left( \sum_{k=1}^n |b_k|^\lambda \right)^{\frac{1}{\lambda}},$$

可得

$$\left[ \frac{1}{5n} \sum_{i=1}^n \left( |s_{Ax_i} - s_{Cx_i}|^\lambda + |v_{Ax_i} - v_{Cx_i}|^\lambda + |r_{Ax_i} - r_{Cx_i}|^\lambda + |u_{Ax_i} - u_{Cx_i}|^\lambda + \frac{1}{l_{x_i}} \sum_{j=1}^{l_{x_i}} |h_A^{\delta(j)}(x_i) - h_C^{\delta(j)}(x_i)|^\lambda \right) \right]^{\frac{1}{\lambda}} +$$

$$\left[ \frac{1}{5n} \sum_{i=1}^n \left( |s_{Cx_i} - s_{Bx_i}|^\lambda + |v_{Cx_i} - v_{Bx_i}|^\lambda + |r_{Cx_i} - r_{Bx_i}|^\lambda + |u_{Cx_i} - u_{Bx_i}|^\lambda + \frac{1}{l_{x_i}} \sum_{j=1}^{l_{x_i}} |h_C^{\delta(j)}(x_i) - h_B^{\delta(j)}(x_i)|^\lambda \right) \right]^{\frac{1}{\lambda}} =$$

$$d(A, B) + d(B, C)$$

因此, 性质 4 成立。

综上所述, 定理 1 成立。证毕。

$$w_j = \frac{1 + T(\tilde{A}_j)}{\sum_{j=1}^p (1 + T(\tilde{A}_j))} \quad (28)$$

## 5 识别过程

### 5.1 特征参数权重

#### 1) 熵测度法

根据文献[14]中犹豫模糊集熵的定义,

$A = \{ \langle x_i, h_A(x_i) \rangle | x_i \in X \}$  的熵测度为

$$E(A) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{l_{h(x_i)}} \sum_{\gamma \in h(x_i)} (1 - 2|\gamma - 0.5|) \quad (24)$$

将每一个特征参数  $A_j$  视作定义在目标类别集  $U = \{U_1, U_2, \dots, U_n\}$  上的犹豫模糊集, 为便于区分, 记为  $\tilde{A}_j$  (在不混淆的前提下, 也可用  $A_j$  来表示), 根据式(24)计算每个特征参数的犹豫模糊熵, 犹豫模糊集的熵越大, 其信息的不确定程度越大, 该特征参数所占的比重就越小, 反之则越大, 根据式(25)计算每个特征参数的权重为

$$w_j = \frac{1 - E(\tilde{A}_j)}{\sum_{j=1}^p (1 - E(\tilde{A}_j))} \quad (25)$$

其中,  $j = 1, 2, \dots, p$ ,  $\sum_{j=1}^p w_j = 1$ 。

#### 2) 支撑度法

以特征参数为犹豫模糊集, 论域为目标集, 每类目标不区分重要程度, 采用式(19)计算距离。每个特征参数 (犹豫模糊集) 的支撑度为

$$\text{Sup}(\tilde{A}_i, \tilde{A}_j) = 1 - d_g(\tilde{A}_i, \tilde{A}_j) \quad (26)$$

$\tilde{A}_i$  相对于所有其他特征参数的支撑度之和为

$$T(\tilde{A}_i) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^p \text{Sup}(\tilde{A}_i, \tilde{A}_j) \quad (27)$$

每个特征参数的权重为

### 5.2 结果判定

为便于表述, 将第 3 节中决策信息表简写成决策矩阵的形式, 不再区分各个模式, 即

$$F = \begin{bmatrix} s_{U_1}(A_1) & s_{U_1}(A_2) & \cdots & s_{U_1}(A_p) \\ s_{U_2}(A_1) & \cdots & \cdots & s_{U_2}(A_p) \\ \vdots & \vdots & s_{U_i}(A_j) & \vdots \\ s_{U_n}(A_1) & s_{U_n}(A_2) & \cdots & s_{U_n}(A_p) \end{bmatrix}_{n \times p} \quad (29)$$

其中,  $s_{U_i}(A_j)$  都是犹豫模糊数的形式,

$$s_{U_i}(A_j) = \{ \gamma_{U_i,1}, \gamma_{U_i,2}, \dots, \gamma_{U_i,l_j} \}。$$

基于本文犹豫模糊广义集成特征距离的 VIKOR (visekriterijumska optimizacija i kompromisno resenje) 判别方法步骤如下。

#### 步骤 1 确定正理想解和负理想解。

为不引入误差, 设正、负理想解的长度与每个  $A_j$  中最短犹豫模糊数的长度保持一致, 即

$$F^+ = \{ f_1^+(A_1), f_2^+(A_2), \dots, f_p^+(A_p) \} \quad (30)$$

$$F^- = \{ f_1^-(A_1), f_2^-(A_2), \dots, f_p^-(A_p) \} \quad (31)$$

其中,

$$f_j^+(A_j) = \{ \gamma_1^+, \gamma_2^+, \dots, \gamma_{l_j^+}^+ \}, \quad \gamma_k^+ = \max_i \{ \gamma_{U_i,k} \} \quad (32)$$

$$f_j^-(A_j) = \{ \gamma_1^-, \gamma_2^-, \dots, \gamma_{l_j^-}^- \}, \quad \gamma_k^- = \min_i \{ \gamma_{U_i,k} \} \quad (33)$$

其中,  $l_j^+ = l_j^- = \min_i \{ l_{ij} \}$ 。

步骤 2 分别计算各个目标类别的群体效能值  $S_i$  和个体后悔值  $R_i$ 。

$$S_i = \sum_{j=1}^p \frac{w_j d_g(f_j^+(A_j), s_{U_i}(A_j))}{d_g(f_j^+(A_j), f_j^-(A_j))} \quad (34)$$

$$R_i = \max_j \left( \frac{w_j d_g \left( f_j^+ (A_j), s_{U_i} (A_j) \right)}{d_g \left( f_j^+ (A_j), f_j^- (A_j) \right)} \right) \quad (35)$$

步骤 3 计算各目标类的折中值  $Q_i$ 。

$$Q_i = \rho \frac{S_i - S^+}{S^- - S^+} + (1 - \rho) \frac{R_i - R^+}{R^- - R^+} \quad (36)$$

其中,  $S^+ = \min_i \{S_i\}$ ,  $S^- = \max_i \{S_i\}$ ,  $R^+ = \min_i \{R_i\}$ ,  $R^- = \max_i \{R_i\}$ ,  $\rho$  为折中系数。

步骤 4 对  $Q = \{Q_i\}$ 、 $S = \{S_i\}$ 、 $R = \{R_i\}$  分别升序排列, 升序后的排列为  $Q' = \{Q_{\sigma(i)}\}$ 、 $S' = \{S_{\sigma(i)}\}$ 、 $R' = \{R_{\sigma(i)}\}$ , 得到 3 种排序方案,  $\sigma(i)$  表示第  $i$  小的值。

步骤 5 由最小  $Q_{\sigma(1)}$  决定的目标类别为识别目标, 即最好的折中解, 需要同时满足以下 2 个条件。

条件 1  $Q_{\sigma(2)} - Q_{\sigma(1)} \geq \frac{1}{n}$ 。

条件 2 决策时可接受的稳定性, 目标类  $\sigma(1)$  对应的群体效能值和个体后悔值其中至少有一个也是最小值, 即目标类  $\sigma(1)$  也是群体效能值或个体后悔值所决定的最优方案。

步骤 6 如果上述的条件有一个得不到满足, 则提出如下的折中解。

- 1) 如果只有条件 1 满足, 则折中解为  $\sigma(1)$  和  $\sigma(2)$ 。
- 2) 如果只有条件 2 满足, 则折中解为  $\sigma(1)$ ,  $\sigma(2), \dots, \sigma(M)$ , 满足  $\sigma(M) - \sigma(1) < \frac{1}{n}$ 。

## 6 仿真分析

本节的仿真分析包括三部分: 1) 数值算例, 验证本文所提特征距离测度的分辨能力; 2) 犹豫模糊环境下能源策略的选择问题, 验证本文方法与其他决策方法的排序能力; 3) 目标识别的应用问题, 验证本文方法对有序不等长序列的识别能力。

### 6.1 数值算例

例 1<sup>[17]</sup> 设论域  $X = \{x\}$ , 在  $X$  上存在 2 个模式, 表示为犹豫模糊数的形式, 分别为  $h_1 = \{1.0, 0.95\}$  和  $h_2 = \{1.0, 0.5, 0.45\}$ , 存在一个被识别模式  $h_0 = \{0.8, 0.75, 0.7\}$ 。

将本文方法分别与文献[7]方法、文献[9-10]方法、文献[11]方法的距离测度进行对比, 结果如表 2 所示。

方法	距离	$d(h_0, h_1)$	$d(h_0, h_2)$	$d(h_0, h_1) < d(h_0, h_2)$
文献[7]方法	$\lambda = 1$	0.233 3	0.23 3	FALSE
	$\lambda = 2$	0.234 5	0.234 5	FALSE
	$\lambda = 3$	0.235 6	0.235 6	FALSE
	$\lambda = 6$	0.238 5	0.238 5	FALSE
	$\lambda = 10$	0.241 5	0.241 5	FALSE
文献[9-10]方法	$\lambda = 1$	0.200 0	0.116 7	FALSE
	$\lambda = 2$	0.203 4	0.165 8	FALSE
	$\lambda = 3$	0.206 9	0.187 0	FALSE
	$\lambda = 6$	0.216 4	0.212 5	FALSE
	$\lambda = 10$	0.225 7	0.225 2	FALSE
文献[11]方法	$\lambda = 1$	0.216 7	0.175 0	FALSE
	$\lambda = 2$	0.219 5	0.203 1	FALSE
	$\lambda = 3$	0.222 2	0.214 1	FALSE
	$\lambda = 6$	0.228 8	0.223 7	FALSE
	$\lambda = 10$	0.234 7	0.234 5	FALSE
本文方法	$\lambda = 1$	0.129 5	0.180 0	TRUE
	$\lambda = 2$	0.155 1	0.213 2	TRUE
	$\lambda = 3$	0.168 9	0.230 3	TRUE
	$\lambda = 6$	0.187 2	0.255 4	TRUE
	$\lambda = 10$	0.197 5	0.271 1	TRUE

可以直接判断模式  $h_0$  属于模式  $h_1$ , 而不是模式  $h_2$ , 那么  $d(h_0, h_1)$  就应该小于  $d(h_0, h_2)$ , 表 2 中的计算结果表明, 不论系数  $\lambda$  如何变化, 文献[7]方法、文献[9-10]方法、文献[11]方法中的计算结果都是错误的, 本文方法的计算结果都是正确的。

例 2<sup>[10]</sup> 设论域  $X = \{x\}$ , 在  $X$  上存在 3 个模式, 表示为犹豫模糊数的形式, 分别为  $h_1 = \{0.1911, 0.155 6\}$ ,  $h_2 = \{0.856 0, 0.490 2, 0.422 5\}$ ,  $h_3 = \{0.815 9, 0.460 8, 0.457 4, 0.450 7\}$ 。

将文献[7]方法与本文方法的距离测度进行对比, 计算结果如表 3 所示。从表 3 中可知, 不论系数  $\lambda$  如何变化, 文献[7]方法距离测度不满足三角不等式。

例 3 设论域  $X = \{x\}$ , 在  $X$  上存在 3 个模式, 表示为犹豫模糊数的形式, 分别为  $h_1 = \{0.95, 0.9\}$ ,  $h_2 = \{0.4\}$ ,  $h_3 = \{0.9\}$ 。

将本文方法的距离测度与文献[11]方法、文献[17]方法的距离测度进行对比, 计算结果如表 4 所示。在文献[11]方法和文献[17]方法中, 系数  $\lambda$  取值的不同, 计算结果是不一样的。当  $\lambda = 1$  时, 文献[11]方法和文献[17]方法的距离测度都不满足三角不等式, 而本文

方法中无论系数  $\lambda$  取何值, 距离测度都满足三角不等式的要求。

表 3 例 2 中的计算结果

方法	距离	$d(h_1, h_2)$	$d(h_1, h_3)$	$d(h_2, h_3)$	$d(h_1, h_2) < d(h_1, h_3) + d(h_2, h_3)$
文献[7]方法	$\lambda = 1$	0.4221	0.3817	0.0332	FALSE
	$\lambda = 2$	0.4665	0.4067	0.0335	FALSE
	$\lambda = 3$	0.4888	0.4334	0.0338	FALSE
	$\lambda = 6$	0.5555	0.4989	0.0348	FALSE
	$\lambda = 10$	0.5985	0.5440	0.0359	FALSE
本文方法	$\lambda = 1$	0.3055	0.2857	0.0531	TRUE
	$\lambda = 2$	0.3398	0.3168	0.0556	TRUE
	$\lambda = 3$	0.3755	0.3497	0.0582	TRUE
	$\lambda = 6$	0.4632	0.4334	0.0652	TRUE
	$\lambda = 10$	0.5292	0.4969	0.0711	TRUE

表 4 例 3 中的计算结果

方法	距离	$d(h_1, h_2)$	$d(h_1, h_3)$	$d(h_2, h_3)$	$d(h_1, h_2) < d(h_1, h_3) + d(h_2, h_3)$
文献[11]方法	$\lambda = 1$	0.5167	0.1833	0.2500	FALSE
	$\lambda = 2$	0.5172	0.2901	0.3536	TRUE
	$\lambda = 3$	0.5178	0.3468	0.3969	TRUE
	$\lambda = 6$	0.5194	0.4163	0.4454	TRUE
	$\lambda = 10$	0.5218	0.4480	0.4665	TRUE
文献[17]方法	$\lambda = 1$	0.4000	0.1500	0.1667	FALSE
	$\lambda = 2$	0.4486	0.2525	0.2887	TRUE
	$\lambda = 3$	0.4705	0.3152	0.3467	TRUE
	$\lambda = 6$	0.4951	0.3969	0.4163	TRUE
	$\lambda = 10$	0.5070	0.4353	0.4480	TRUE
本文方法	$\lambda = 1$	0.3275	0.1275	0.2000	TRUE
	$\lambda = 2$	0.4075	0.2259	0.3162	TRUE
	$\lambda = 3$	0.4435	0.2926	0.3684	TRUE
	$\lambda = 6$	0.4840	0.3824	0.4292	TRUE
	$\lambda = 10$	0.5022	0.4257	0.4562	TRUE

综合考虑例 2 和例 3 的计算结果可知, 文献[7]、

文献[11]、文献[9-10]和文献[17]中定义的距离测度不能够全部满足定义 2 中的 4 条性质, 从严格的数学角度, 其所定义的距离测度不能构成度量空间, 可以说这样定义的距离是片面的, 而本文所提的距离测度则成为度量空间。

### 6.2 能源策略选择

本节中涉及的数据来自文献[7]和文献[13]。对 5 个能源项目进行投资  $P_i (i=1, 2, \dots, 5)$ , 有 4 个准则分别为技术因素  $C_1$ 、环境因素  $C_2$ 、技术因素  $C_3$ 、经济因素  $C_4$ 。准则的权重系数向量为  $w = (0.15, 0.3, 0.2, 0.35)$ 。决策者以匿名方式对每个备选方案进行评估, 评估值是以犹豫模糊数提供的, 犹豫模糊决策信息如表 5 所示。选定理想解  $P^* = \{1\}$  作为比较的参考点, 通过计算与理想解之间的距离, 来实现方法排序, 文献[7]方法、文献[13]方法、文献[16]方法及本文方法的排序结果如表 6 所示。

将理想解设定为  $P^* = \{1\}$ , 那么直觉上 5 个项目中最可能被选中的项目应该是项目  $P_3$ , 本文的计算结果符合预想, 且不同的  $\lambda$  取值下其排序结果的最优解是一致的。而文献[7]方法、文献[13]方法和文献[16]方法的较优项目为  $P_3$  或  $P_5$ , 其中选择项目  $P_5$  是不合适的, 因为选择的理想解为  $P^* = \{1\}$ , 这就意味着决策者对各准则上的期望收益是确定性的, 对风险是可控的, 应该根据这个原则来决定哪个项目是最优的。显然项目  $P_5$  各个准则上的犹豫程度是最大的, 那么它的不确定性也是最大的, 所以对那些误选择后果无法挽回的项目更是不可取的。文献[7]方法、文献[13]方法和文献[16]方法之所以选择  $P_5$  为合适解, 是因为在计算过程用最大值补齐了 2 个不等长的犹豫模糊数, 导致犹豫模糊决策信息产生变化, 甚至已经不是原有决策信息, 因此产生的结果是不合适的。

### 6.3 目标识别应用

假设目标数据库中有 4 类目标, 分别为  $U_1$ 、 $U_2$ 、

表 5 犹豫模糊决策信息

方案/准则	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$
$P_1$	{0.5, 0.4, 0.3}	{0.9, 0.8, 0.7, 0.1}	{0.5, 0.4, 0.2}	{0.9, 0.6, 0.5, 0.3}
$P_2$	{0.5, 0.3}	{0.9, 0.7, 0.6, 0.5, 0.2}	{0.8, 0.6, 0.5, 0.1}	{0.7, 0.3, 0.4}
$P_3$	{0.7, 0.6}	{0.9, 0.6}	{0.7, 0.5, 0.3}	{0.6, 0.4}
$P_4$	{0.8, 0.7, 0.4, 0.3}	{0.7, 0.4, 0.2}	{0.8, 0.1}	{0.9, 0.8, 0.6}
$P_5$	{0.9, 0.7, 0.6, 0.3, 0.1}	{0.8, 0.7, 0.6, 0.4}	{0.9, 0.8, 0.7}	{0.9, 0.7, 0.6, 0.3}

表 6 排序结果

方法	距离	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	排序结果
文献[7]方法	$\lambda = 1$	0.479 9	0.502 7	0.402 5	0.429 2	0.355 8	$P_5 > P_3 > P_4 > P_2 > P_1$
	$\lambda = 2$	0.537 8	0.545 1	0.436 6	0.505 2	0.412 9	$P_5 > P_3 > P_4 > P_2 > P_1$
	$\lambda = 6$	0.659 9	0.647 6	0.515 6	0.670 4	0.569 9	$P_3 > P_5 > P_2 > P_1 > P_4$
	$\lambda = 10$	0.721 3	0.704 6	0.560 7	0.737 3	0.653 7	$P_3 > P_5 > P_2 > P_1 > P_4$
文献[13]方法	$\lambda = 1$	0.477 9	0.502 7	0.402 5	0.429 2	0.355 8	$P_5 > P_3 > P_4 > P_1 > P_2$
	$\lambda = 2$	0.537 8	0.545 1	0.436 6	0.505 2	0.412 9	$P_5 > P_3 > P_4 > P_1 > P_2$
	$\lambda = 6$	0.659 9	0.647 6	0.515 6	0.670 4	0.569 9	$P_3 > P_5 > P_2 > P_1 > P_4$
	$\lambda = 10$	0.721 3	0.704 7	0.560 3	0.737 4	0.653 7	$P_3 > P_5 > P_2 > P_1 > P_4$
文献[16]方法	$\Phi_1^w$ (with $r = 1$ )	0.240 0	0.250 0	0.275 0	0.195 0	0.130 0	$P_5 > P_4 > P_1 > P_2 > P_3$
	$\Phi_2^w$ (with $r = 2$ )	0.780 0	0.735 0	0.530 0	0.665 0	0.620 0	$P_3 > P_5 > P_4 > P_2 > P_1$
	$\Phi_3^w$ (with $r = 3$ )	0.359 0	0.350 5	0.436 3	0.312 1	0.239 1	$P_5 > P_4 > P_2 > P_1 > P_3$
	$\Phi_4^w$ (with $r = 4$ )	0.400 2	0.480 0	0.363 3	0.320 4	0.288 5	$P_5 > P_4 > P_3 > P_1 > P_2$
本文方法	$\lambda = 1$	0.141 8	0.147 6	0.121 9	0.094 7	0.138 2	$P_3 > P_5 > P_4 > P_2 > P_1$
	$\lambda = 2$	0.237 1	0.267 5	0.224 5	0.200 1	0.267 9	$P_3 > P_5 > P_4 > P_2 > P_1$
	$\lambda = 6$	0.490 8	0.448 1	0.367 9	0.428 2	0.489 5	$P_3 > P_4 > P_5 > P_2 > P_1$
	$\lambda = 10$	0.576 1	0.516 5	0.412 9	0.511 0	0.575 9	$P_3 > P_4 > P_2 > P_5 > P_1$

$U_3$ 、 $U_4$ ；每个目标有 3 种特征参数，分别为  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ ；每种特征参数的测量值为周期性（有序）序列型数据，工作模式如表 7 所示。

设选取表中的模式 5 作为被识别模式，由于噪声的影响，该模式的序列长度可能会发生变化，因此分 2 种情况进行仿真。

**情况 1** 模式序列的原长度保持不变，叠加随机噪声形成被识别模式的数据，为  $\text{reco\_mode1} = \{[3\ 792.46, 3\ 871.88, 3\ 957.04], [1\ 287.71, 1\ 377.71], [15.88]\}$ 。

**情况 2** 模式序列的原长度发生变化，叠加随机噪声形成被识别模式的数据，为  $\text{reco\_mode2} = \{[3\ 792.46, 3\ 871.88], [1\ 287.71, 1\ 377.71, 1\ 621.32], [6.78, 7.2]\}$ 。

根据第 5 节中的特征参数权重确定方法和结果判定方法，则可以形成以下 2 种识别方法：基于熵测度的 VIKOR 识别方法（下文简称为熵测度法）、基于支撑度的 VIKOR 识别方法（下文简称为支撑度法）。

熵测度法和支撑度法的权重计算结果如图 1 所示。图 1 中  $\text{entropy\_w\_1}$ 、 $\text{entropy\_w\_2}$ 、 $\text{support\_w\_1}$ 、

表 7 目标类别及工作模式

目标	模式	特征参数		
		$A_1/\text{MHz}$	$A_2/\mu\text{s}$	$A_3/\mu\text{s}$
$U_1$	1	1 630, 1 695, 1 750	830, 880, 930	6.5, 7.2, 9.8
	2	3 910, 3 973	980, 1 030	6.1, 6.8, 7.5
	3	3 362, 3 448, 3 510	990	4.5, 5.6
$U_2$	4	3 440	337, 387, 440	20.3, 21.2
	5	3 810, 3 884, 3 940	1 300, 1 362	6.9
$U_3$	6	1 580, 1 640	2 762, 2 825, 2 896	11.2, 12.3, 16.9
	7	5 456, 5 610, 5 684	2 735, 2 795, 2 855	7.8, 8.6
$U_4$	8	1 486, 1 541, 1 601	1 630, 1 701, 1 785	1.2, 1.8, 2.6
	9	1 337	1 600, 1 685	1.9, 2.8, 3.5
	10	4 381, 4 426	785	3.1, 3.8

support\_w\_2 分别表示情况 1 中基于熵测度的权重、情况 2 中基于熵测度的权重、情况 1 中基于支撑度的权重、情况 2 中基于支撑度的权重。

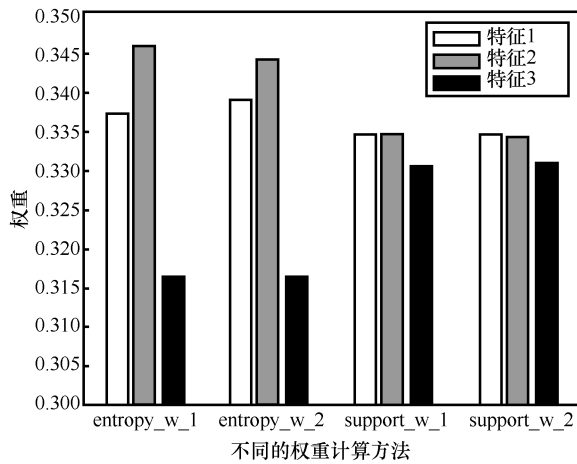


图 1 权重计算结果

从图 1 中可见，熵测度法的权重值起伏较大，支撑度法的权重值比较均匀。3 种特征参数中，特征 1 和特征 2 的权重大于特征 3 的权重。

情况 1 和情况 2 基于熵测度法和支撑度法的计算结果如图 2~图 5 所示。

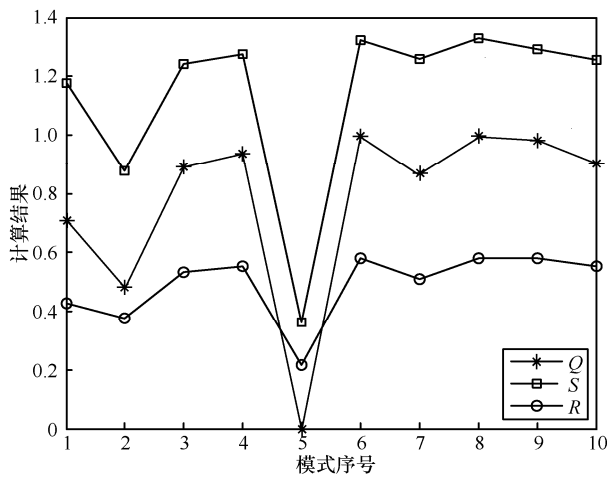


图 2 情况 1 基于熵测度法的计算结果

图 2~图 5 的结果表明，对于情况 1 和情况 2，模式 5 的群体效能值、个体后悔值和折中值都是最小的，都判定被识别目标为  $U_2$ ，判定结果正确。

### 7 结束语

针对不等长序列识别问题，本文利用模糊数的格贴近度，建立了基于犹豫模糊集的不等长序列识别模型。本文提出了一种新的犹豫模糊广义集成特

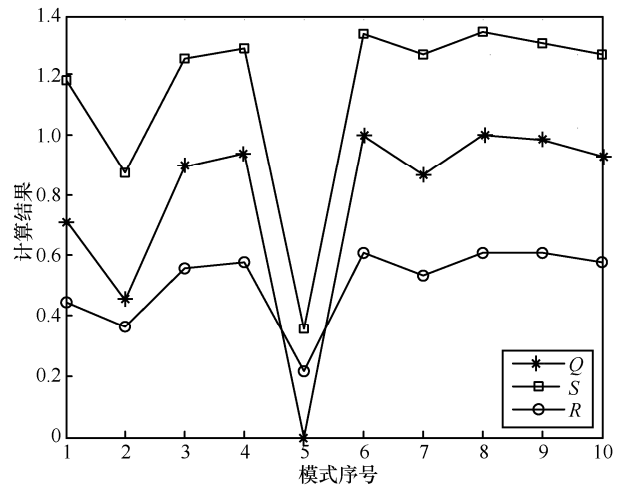


图 3 情况 1 基于支撑度法的计算结果

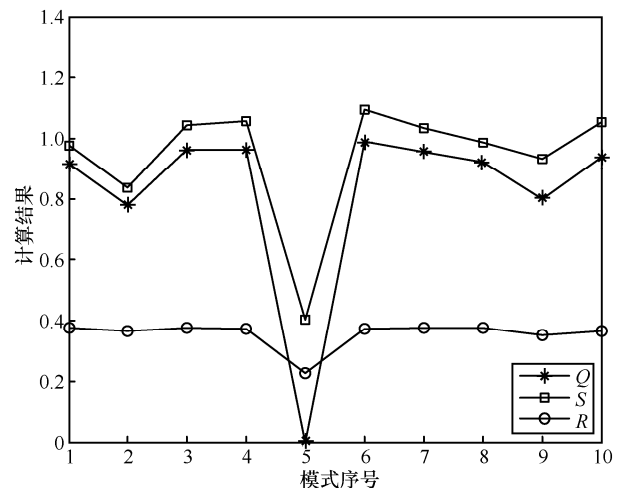


图 4 情况 2 基于熵测度法的计算结果

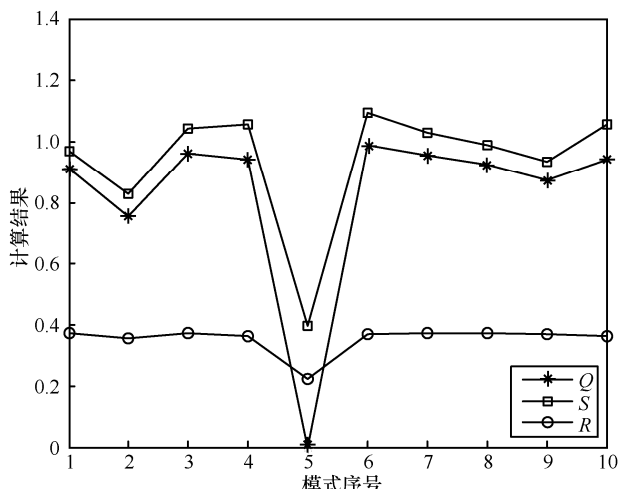


图 5 情况 2 基于支撑度法的计算结果

征距离测度，一方面解决了不等长犹豫模糊数的度量问题，另一方面解决了现有距离测度不完全满足度量空间相关性质的问题。本文提出了 2 种特征权

重的计算方法, 即熵测度法和支撑度法; 结合 2 种权重计算方法, 提出了基于犹豫模糊广义集成特征距离测度的 VIKOR 判定方法。

### 参考文献:

- [1] 关欣, 孙贵东, 衣晓, 等. 基于犹豫模糊集统计相关系数的多源异类数据融合识别[J]. 系统工程与电子技术, 2018, 40(3): 509-517.  
GUAN X, SUN G D, YI X, et al. Multi-source heterogeneous data fusion recognition based on statistical correlation coefficients between hesitant fuzzy sets[J]. Systems Engineering and Electronics, 2018, 40(3): 509-517.
- [2] 刘玉敏, 朱峰, 靳琳琳. 基于概率犹豫模糊熵的多属性决策方法[J]. 控制与决策, 2019, 34(4): 861-870.  
LIU Y M, ZHU F, JIN L L. Multi-attribute decision method based on probabilistic hesitant fuzzy entropy[J]. Control and Decision, 2019, 34(4): 861-870.
- [3] ZHANG H M. Distance and entropy measures for dual hesitant fuzzy sets[J]. Computational and Applied Mathematics, 2020, 39(2): 1-16.
- [4] SU Z, XU Z S, ZHAO H, et al. Entropy measures for probabilistic hesitant fuzzy information[J]. IEEE Access, 2019, 7: 65714-65727.
- [5] LIAO H C, GOU X J, XU Z S, et al. Hesitancy degree-based correlation measures for hesitant fuzzy linguistic term sets and their applications in multiple criteria decision making[J]. Information Sciences, 2020, 508: 275-292.
- [6] FARHADINIA B. Information measures for hesitant fuzzy sets and interval-valued hesitant fuzzy sets[J]. Information Sciences, 2013, 240: 129-144.
- [7] XU Z S, XIA M M. Distance and similarity measures for hesitant fuzzy sets[J]. Information Sciences, 2011, 181(11): 2128-2138.
- [8] PENG D H, GAO C Y, GAO Z F. Generalized hesitant fuzzy synergistic weighted distance measures and their application to multiple criteria decision-making[J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(8): 5837-5850.
- [9] LI D Q, ZENG W Y, LI J H. New distance and similarity measures on hesitant fuzzy sets and their applications in multiple criteria decision making[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2015, 40: 11-16.
- [10] LI D Q, ZENG W Y, ZHAO Y B. Note on distance measure of hesitant fuzzy sets[J]. Information Sciences, 2015, 321: 103-115.
- [11] ZENG W Y, LI D Q, YIN Q. Distance and similarity measures between hesitant fuzzy sets and their application in pattern recognition[J]. Pattern Recognition Letters, 2016, 84: 267-271.
- [12] ZHANG F W, LI J B, CHEN J H, et al. Hesitant distance set on hesitant fuzzy sets and its application in urban road traffic state identification[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2017, 61: 57-64.
- [13] TANG X A, PENG Z L, DING H N, et al. Novel distance and similarity measures for hesitant fuzzy sets and their applications to multiple attribute decision making[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2018, 34(6): 3903-3916.
- [14] HU J H, YANG Y, ZHANG X L, et al. Similarity and entropy measures for hesitant fuzzy sets[J]. International Transactions in Operational Research, 2018, 25(3): 857-886.
- [15] SINGHA B, SEN M, SINHA N. Modified distance measure on hesitant fuzzy sets and its application in multi-criteria decision making problem[J]. Opsearch, 2020, 57(2): 584-602.
- [16] FARHADINIA B, XU Z S. A novel distance-based multiple attribute decision-making with hesitant fuzzy sets[J]. Soft Computing, 2020, 24(7): 5005-5017.
- [17] REZAEI K, REZAEI H. New distance and similarity measures for hesitant fuzzy sets and their application in hierarchical clustering[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2020, 39(3): 4349-4360.
- [18] 杨水丽, 侯朝勇, 许守平, 等. 基于时间序列关联聚类的储能电池典型工况曲线提炼[J]. 电力系统自动化, 2018, 42(9): 188-194.  
YANG S L, HOU C Y, XU S P, et al. Extraction of typical duty cycle curves of energy storage battery based on time-series correlation and clustering method[J]. Automation of Electric Power Systems, 2018, 42(9): 188-194.
- [19] 李双明, 关欣, 刘傲. 基于直觉模糊折扣算子的异类数据融合方法[J]. 系统工程与电子技术, 2021, 43(2): 311-317.  
LI S M, GUAN X, LIU A. Heterogeneous data fusion method based on intuitionistic fuzzy discount operator[J]. Systems Engineering and Electronics, 2021, 43(2): 311-317.
- [20] 关欣, 孙贵东, 衣晓, 等. 基于不等长序列相似度挖掘的数据关联算法[J]. 控制与决策, 2015, 30(6): 1033-1038.  
GUAN X, SUN G D, YI X, et al. Data association algorithm based on unequal length sequence data similarity mining[J]. Control and Decision, 2015, 30(6): 1033-1038.
- [21] 秦鑫, 黄洁, 王建涛, 等. 基于无意调相特性的雷达辐射源个体识别[J]. 通信学报, 2020, 41(5): 104-111.  
QIN X, HUANG J, WANG J T, et al. Radar emitter identification based on unintentional phase modulation on pulse characteristic[J]. Journal on Communications, 2020, 41(5): 104-111.
- [22] 唐哲, 雷迎科. 基于最大相关熵的通信辐射源个体识别方法[J]. 通信学报, 2016, 37(12): 171-175.  
TANG Z, LEI Y K. Method of individual communication transmitter identification based on maximum correlation entropy[J]. Journal on Communications, 2016, 37(12): 171-175.
- [23] XIA M M, XU Z S. Hesitant fuzzy information aggregation in decision making[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2011, 52(3): 395-407.
- [24] CHEN N, XU Z S, XIA M M. The ELECTRE I multi-criteria decision-making method based on hesitant fuzzy sets[J]. International Journal of Information Technology & Decision Making, 2015, 14(3): 621-657.

### [作者简介]



李双明 (1986- ), 男, 山东梁山人, 海军航空大学博士生, 主要研究方向为智能识别、不确定信息处理。

关欣 (1978- ), 女, 辽宁锦州人, 博士, 海军航空大学教授、博士生导师, 主要研究方向为智能信息处理、多源信息融合。

孙贵东 (1989- ), 男, 山东荣成人, 32801 部队助理研究员, 主要研究方向为复杂电磁环境、信息融合与智能决策。